

2.2.2.7. Математика

Содержание курсов математики 5–6 классов, алгебры и геометрии 7–9 классов объединено как в исторически сложившиеся линии (числовая, алгебраическая, геометрическая, функциональная и др.), так и в относительно новые (стохастическая линия, «реальная математика»). Отдельно представлены линия сюжетных задач, историческая линия.

Элементы теории множеств и математической логики

Согласно ФГОС основного общего образования в курс математики введен раздел «Логика», который не предполагает дополнительных часов на изучении и встраивается в различные темы курсов математики и информатики и предваряется ознакомлением с элементами теории множеств.

Множества и отношения между ними

Множество, характеристическое свойство множества, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Подмножество. Отношение принадлежности, включения, равенства. Элементы множества, способы задания множеств, распознавание подмножеств и элементов подмножеств с использованием кругов Эйлера.

Операции над множествами

Пересечение и объединение множеств. Разность множеств, дополнение множества, Интерпретация операций над множествами с помощью кругов Эйлера.

Элементы логики

Определение. Утверждения. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной. Пример и контрпример.

Высказывания

Истинность и ложность высказывания. Сложные и простые высказывания. Операции над высказываниями с использованием логических связок: и, или, не. Условные высказывания (импликации).

Содержание курса математики в 5–6 классах

Натуральные числа и нуль

Натуральный ряд чисел и его свойства

Натуральное число, множество натуральных чисел и его свойства, изображение натуральных чисел точками на числовой прямой. Использование свойств натуральных чисел при решении задач.

Запись и чтение натуральных чисел

Различие между цифрой и числом. Позиционная запись натурального числа, поместное значение цифры, разряды и классы, соотношение между двумя соседними разрядными единицами, чтение и запись натуральных чисел.

Округление натуральных чисел

Необходимость округления. Правило округления натуральных чисел.

Сравнение натуральных чисел, сравнение с числом 0

Понятие о сравнении чисел, сравнение натуральных чисел друг с другом и с нулём, математическая запись сравнений, способы сравнения чисел.

Действия с натуральными числами

Сложение и вычитание, компоненты сложения и вычитания, связь между ними, нахождение суммы и разности, изменение суммы и разности при изменении компонентов сложения и вычитания.

Умножение и деление, компоненты умножения и деления, связь между ними, умножение и сложение в столбик, деление уголком, проверка результата с помощью прикидки и обратного действия.

Переместительный и сочетательный законы сложения и умножения, распределительный закон умножения относительно сложения, обоснование алгоритмов выполнения арифметических действий.

Степень с натуральным показателем

Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых, порядок выполнения действий в выражениях, содержащих степень, вычисление значений выражений, содержащих степень.

Числовые выражения

Числовое выражение и его значение, порядок выполнения действий.

Деление с остатком

Деление с остатком на множестве натуральных чисел, свойства деления с остатком. Практические задачи на деление с остатком.

Свойства и признаки делимости

Свойство делимости суммы (разности) на число. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Доказательство признаков делимости. Решение практических задач с применением признаков делимости.

Разложение числа на простые множители

Простые и составные числа, решето Эратосфена.

Разложение натурального числа на множители, разложение на простые множители. Количество делителей числа, алгоритм разложения числа на простые множители, основная теорема арифметики.

Алгебраические выражения

Использование букв для обозначения чисел, вычисление значения алгебраического выражения, применение алгебраических выражений для записи свойств арифметических действий, преобразование алгебраических выражений.

Делители и кратные

Делитель и его свойства, общий делитель двух более чисел, наибольший общий делитель, взаимно простые числа, нахождение наибольшего общего делителя. Кратное и его свойства, общее кратное двух и более чисел, наименьшее общее кратное, способы нахождения наименьшего общего кратного.

Дроби

Обыкновенные дроби

Доля, часть, дробное число, дробь. Дробное число как результат деления. Правильные и неправильные дроби, смешанная дробь (смешанное число).

Запись натурального числа в виде дроби с заданным знаменателем, преобразование смешанной дроби в неправильную дробь и наоборот.

Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение обыкновенных дробей.

Сложение и вычитание обыкновенных дробей. Умножение и деление обыкновенных дробей.

Арифметические действия со смешанными дробями.

Арифметические действия с дробными числами.

Способы рационализации вычислений и их применение при выполнении действий.

Десятичные дроби

Целая и дробная части десятичной дроби. Преобразование десятичных дробей в обыкновенные. Сравнение десятичных дробей. Сложение и вычитание десятичных дробей. Округление десятичных дробей. Умножение и деление десятичных дробей. Преобразование обыкновенных дробей в десятичные дроби. Конечные и бесконечные десятичные дроби.

Отношение двух чисел

Масштаб на плане и карте. Пропорции. Свойства пропорций, применение пропорций и отношений при решении задач.

Среднее арифметическое чисел

Среднее арифметическое двух чисел. Изображение среднего арифметического двух чисел на числовой прямой. Решение практических задач с применением среднего арифметического. Среднее арифметическое нескольких чисел.

Проценты

Понятие процента. Вычисление процентов от числа и числа по известному проценту, выражение отношения в процентах. Решение несложных практических задач с процентами.

Диаграммы

Столбчатые и круговые диаграммы. Извлечение информации из диаграмм. Изображение диаграмм по числовым данным.

Рациональные числа

Положительные и отрицательные числа

Изображение чисел на числовой (координатной) прямой. Сравнение чисел. Модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа. Действия с положительными и отрицательными числами. Множество целых чисел.

Понятие о рациональном числе. Первичное представление о множестве рациональных чисел. Действия с рациональными числами.

Решение текстовых задач

Единицы измерений: длины, площади, объёма, массы, времени, скорости. Зависимости между единицами измерения каждой величины.

Зависимости между величинами: скорость, время, расстояние; производительность, время, работа; цена, количество, стоимость.

Задачи на все арифметические действия

Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

Задачи на движение, работу и покупки

Решение несложных задач на движение в противоположных направлениях, в одном направлении, движение по реке по течению и против течения. Решение задач на совместную работу. Применение дробей при решении задач.

Задачи на части, доли, проценты

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

Логические задачи

Решение несложных логических задач. Решение логических задач с помощью графов, таблиц.

Основные методы решения текстовых задач: арифметический, перебор вариантов.

Наглядная геометрия

Фигуры в окружающем мире. Наглядные представления о фигурах на плоскости: прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Четырехугольник, прямоугольник, квадрат. Треугольник, виды треугольников. Правильные многоугольники. Изображение основных геометрических фигур. Взаимное расположение двух прямых, двух окружностей, прямой и окружности. Длина отрезка, ломаной. Единицы измерения длины. Построение отрезка заданной длины. Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира.

Периметр многоугольника. Понятие площади фигуры; единицы измерения площади. Площадь прямоугольника, квадрата. Приближенное измерение площади фигур на клетчатой бумаге. Равновеликие фигуры.

Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Изображение пространственных фигур. Примеры сечений. Многогранники. Правильные многогранники. Примеры разверток многогранников, цилиндра и конуса.

Понятие объема; единицы объема. Объем прямоугольного параллелепипеда, куба.

Понятие о равенстве фигур. Центральная, осевая и зеркальная симметрии. Изображение симметричных фигур.

Решение практических задач с применением простейших свойств фигур.

История математики

Появление цифр, букв, иероглифов в процессе счёта и распределения продуктов на Древнем Ближнем Востоке. Связь с Неолитической революцией.

Рождение шестидесятеричной системы счисления. Появление десятичной записи чисел.

Рождение и развитие арифметики натуральных чисел. НОК, НОД, простые числа. Решето Эратосфена.

Появление нуля и отрицательных чисел в математике древности. Роль Диофанта. Почему $(-1)(-1) = +1$?

Дроби в Вавилоне, Египте, Риме. Открытие десятичных дробей. Старинные системы мер. Десятичные дроби и метрическая система мер. Л. Магницкий.

Содержание курса математики в 7–9 классах

Алгебра

Числа

Рациональные числа

Множество рациональных чисел. Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. Представление рационального числа десятичной дробью.

Иррациональные числа

Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Примеры доказательств в алгебре. Иррациональность числа $\sqrt{2}$. Применение в геометрии. Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел.

Тождественные преобразования

Числовые и буквенные выражения

Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.

Целые выражения

Степень с натуральным показателем и её свойства. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральным показателем.

Одночлен, многочлен. Действия с одночленами и многочленами (сложение, вычитание, умножение). Формулы сокращённого умножения: разность квадратов, квадрат суммы и разности. Разложение многочлена на множители: вынесение общего множителя за скобки, группировка, применение формул сокращённого умножения. Квадратный трёхчлен, разложение квадратного трёхчлена на множители.

Дробно-рациональные выражения

Степень с целым показателем. Преобразование дробно-линейных выражений: сложение, умножение, деление. Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень.

Преобразование выражений, содержащих знак модуля.

Квадратные корни

Арифметический квадратный корень. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни: умножение, деление, вынесение множителя из-под знака корня, внесение множителя под знак корня.

Уравнения и неравенства

Равенства

Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.

Уравнения

Понятие уравнения и корня уравнения. Представление о равносильности уравнений. Область определения уравнения (область допустимых значений переменной).

Линейное уравнение и его корни

Решение линейных уравнений. Линейное уравнение с параметром. Количество корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений с параметром.

Квадратное уравнение и его корни

Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета. Решение квадратных уравнений: использование формулы для нахождения корней, графический метод решения, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Количество корней квадратного уравнения в зависимости от его дискриминанта. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратные уравнения с параметром.

Дробно-рациональные уравнения

Решение простейших дробно-линейных уравнений. Решение дробно-рациональных уравнений.

Методы решения уравнений: методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений.

Простейшие иррациональные уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$.

Уравнения вида $x^n = a$. Уравнения в целых числах.

Системы уравнений

Уравнение с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными. Прямая как графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.

Понятие системы уравнений. Решение системы уравнений.

Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными: графический метод, метод сложения, метод подстановки.

Системы линейных уравнений с параметром.

Неравенства

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Область определения неравенства (область допустимых значений переменной).

Решение линейных неравенств.

Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства.

Решение целых и дробно-рациональных неравенств методом интервалов.

Системы неравенств

Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, квадратных. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.

Функции

Понятие функции

Декартовы координаты на плоскости. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных реальных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, чётность/нечётность, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения. Исследование функции по её графику.

Представление об асимптотах.

Непрерывность функции. Кусочно заданные функции.

Линейная функция

Свойства и график линейной функции. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её углового коэффициента и свободного члена. Нахождение коэффициентов линейной функции по заданным условиям: прохождение прямой через две точки с заданными координатами, прохождение прямой через данную точку и параллельной данной прямой.

Квадратичная функция

Свойства и график квадратичной функции (парабола). Построение графика квадратичной функции по точкам. Нахождение нулей квадратичной функции, множества значений, промежутков знакопостоянства, промежутков монотонности.

Обратная пропорциональность

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ $y = \frac{k}{x}$. Гипербола.

Графики функций. Преобразование графика функции $y = f(x)$ для построения графиков функций вида $y = af(kx + b) + c$.

Графики функций $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$.

Последовательности и прогрессии

Числовая последовательность. Примеры числовых последовательностей. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. Формула общего члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сходящаяся геометрическая прогрессия.

Решение текстовых задач

Задачи на все арифметические действия

Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

Задачи на движение, работу и покупки

Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.

Задачи на части, доли, проценты

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

Логические задачи

Решение логических задач. Решение логических задач с помощью графов, таблиц.

Основные методы решения текстовых задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов. Первичные представления о других методах решения задач (геометрические и графические методы).

Статистика и теория вероятностей

Статистика

Табличное и графическое представление данных, столбчатые и круговые диаграммы, графики, применение диаграмм и графиков для описания зависимостей реальных величин, извлечение информации из таблиц, диаграмм и графиков. Описательные статистические показатели числовых наборов: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения. Меры рассеивания: размах, дисперсия и стандартное отклонение.

Случайная изменчивость. Изменчивость при измерениях. Решающие правила. Закономерности в изменчивых величинах.

Случайные события

Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события (исходы). Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и благоприятствующие элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Классические вероятностные опыты с использованием монет, кубиков. Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей. Случайный выбор. Представление эксперимента в виде дерева. Независимые события. Умножение вероятностей независимых событий.

Последовательные независимые испытания. Представление о независимых событиях в жизни.

Элементы комбинаторики

Правило умножения, перестановки, факториал числа. Сочетания и число сочетаний. Формула числа сочетаний. Треугольник Паскаля. Опыты с большим числом равновозможных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением комбинаторных формул. Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

Случайные величины

Знакомство со случайными величинами на примерах конечных дискретных случайных величин. Распределение вероятностей. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей. Применение закона больших чисел в социологии, страховании, в здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.

Геометрия

Геометрические фигуры

Фигуры в геометрии и в окружающем мире

Геометрическая фигура. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура».

Точка, линия, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и её свойства, виды углов, многоугольники, круг.

Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур.

Многоугольники

Многоугольник, его элементы и его свойства. Распознавание некоторых многоугольников. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Правильные многоугольники.

Треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренный треугольник, его свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники. Внешние углы треугольника. Неравенство треугольника.

Четырёхугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция, равнобедренная трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата.

Окружность, круг

Их элементы и свойства; центральные и вписанные углы. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Вписанные и описанные окружности для треугольников, четырёхугольников, правильных многоугольников.

Геометрические фигуры в пространстве (объёмные тела)

Многогранник и его элементы. Названия многогранников с разным положением и количеством граней. Первичные представления о пирамиде,

параллелепипеде, призме, сфере, шаре, цилиндре, конусе, их элементах и простейших свойствах.

Отношения

Равенство фигур

Свойства равных треугольников. Признаки равенства треугольников.

Параллельность прямых

Признаки и свойства параллельных прямых. Аксиома параллельности Евклида. Теорема Фалеса.

Перпендикулярные прямые

Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Наклонная, проекция. Серединный перпендикуляр к отрезку. Свойства и признаки перпендикулярности.

Подобие

Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия.

Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

Измерения и вычисления

Величины

Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины. Величина угла. Градусная мера угла.

Понятие о площади плоской фигуры и её свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади.

Представление об объёме и его свойствах. Измерение объёма. Единицы измерения объёмов.

Измерения и вычисления

Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике Тригонометрические функции тупого угла. Вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, формулы длины окружности и площади круга. Сравнение и вычисление площадей. Теорема Пифагора. Теорема синусов. Теорема косинусов.

Расстояния

Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между фигурами.

Геометрические построения

Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур.

Инструменты для построений: циркуль, линейка, угольник. Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному,

Построение треугольников по трём сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам.

Деление отрезка в данном отношении.

Геометрические преобразования

Преобразования

Понятие преобразования. Представление о метапредметном понятии «преобразование». Подобие.

Движения

Осевая и центральная симметрия, поворот и параллельный перенос. Комбинации движений на плоскости и их свойства.

Векторы и координаты на плоскости

Векторы

Понятие вектора, действия над векторами, использование векторов в физике, разложение вектора на составляющие, скалярное произведение.

Координаты

Основные понятия, координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур.

Применение векторов и координат для решения простейших геометрических задач.

История математики

Возникновение математики как науки, этапы её развития. Основные разделы математики. Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки.

Бесконечность множества простых чисел. Числа и длины отрезков. Рациональные числа. Потребность в иррациональных числах. Школа Пифагора

Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П.Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений степеней, больших четырёх. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н.Х. Абель, Э.Галуа.

Появление метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Появление графиков функций. Р. Декарт, П. Ферма. Примеры различных систем координат.

Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске. Сходимость геометрической прогрессии.

Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма, Б.Паскаль, Я. Бернулли, А.Н.Колмогоров.

От земледелия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес, Архимед. Платон и Аристотель. Построение правильных многоугольников. Трисекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа π . Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л. Эйлер, Н.И.Лобачевский. История пятого постулата.

Геометрия и искусство. Геометрические закономерности окружающего мира.

Астрономия и геометрия. Что и как узнали Анаксагор, Эратосфен и Аристарх о размерах Луны, Земли и Солнца. Расстояния от Земли до Луны и Солнца. Измерение расстояния от Земли до Марса.

Роль российских учёных в развитии математики: Л.Эйлер. Н.И.Лобачевский, П.Л.Чебышев, С. Ковалевская, А.Н.Колмогоров.

Математика в развитии России: Петр I, школа математических и навигацких наук, развитие российского флота, А.Н.Крылов. Космическая программа и М.В.Келдыш.

Содержание курса математики в 7-9 классах (углублённый уровень)

Алгебра

Числа

Рациональные числа

Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. Конечные и бесконечные десятичные дроби. Представление рационального числа в виде десятичной дроби.

Иррациональные числа

Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с иррациональными числами. Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел.

Представления о расширениях числовых множеств.

Тождественные преобразования

Числовые и буквенные выражения

Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.

Законы арифметических действий. Преобразования числовых выражений, содержащих степени с натуральным и целым показателем.

Многочлены

Одночлен, степень одночлена. Действия с одночленами. Многочлен, степень многочлена. Значения многочлена. Действия с многочленами: сложение, вычитание, умножение, деление. Преобразование целого выражения в многочлен. Формулы сокращённого умножения: разность квадратов, квадрат суммы и разности. Формулы преобразования суммы и разности кубов, куб суммы и разности. Разложение многочленов на множители: вынесение общего множителя за скобки, группировка, использование формул сокращённого умножения. Многочлены с одной переменной. Стандартный вид многочлена с одной переменной.

Квадратный трёхчлен. Корни квадратного трёхчлена. Разложение на множители квадратного трёхчлена. Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета. Выделение полного квадрата. Разложение на множители способом выделения полного квадрата.

Понятие тождества

Тождественное преобразование. Представление о тождестве на множестве.

Дробно-рациональные выражения

Алгебраическая дробь. Преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение

алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, умножение, деление.

Преобразование выражений, содержащих знак модуля.

Иррациональные выражения

Арифметический квадратный корень. Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.

Корни n -ых степеней. Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих корни n -ых степеней. Преобразование выражений, содержащих корни n -ых степеней.

Степень с рациональным показателем. Преобразование выражений, содержащих степень с рациональным показателем.

Уравнения

Равенства

Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.

Уравнения

Понятие уравнения и корня уравнения. Представление о равносильности уравнений и уравнениях-следствиях.

Представление о равносильности на множестве. Равносильные преобразования уравнений.

Методы решения уравнений

Методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений, использование теоремы Виета для уравнений степени выше 2.

Линейное уравнение и его корни

Решение линейных уравнений. Количество корней линейного уравнения. Линейное уравнение с параметром.

Квадратное уравнение и его корни

Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Количество действительных корней квадратного уравнения. Решение квадратных уравнений: графический метод решения, использование формулы для нахождения корней, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратное уравнение с параметром. Решение простейших квадратных уравнений с параметрами. Решение некоторых типов уравнений 3 и 4 степени.

Дробно-рациональные уравнения

Решение дробно-рациональных уравнений.

Простейшие иррациональные уравнения вида: $\sqrt{f(x)} = a$; $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$
 $\sqrt{f(x)} = a\sqrt{f(x)}\sqrt{g(x)}$ и их решение. Решение иррациональных уравнений вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$.

Системы уравнений

Уравнение с двумя переменными. Решение уравнений в целых числах. Линейное уравнение с двумя переменными. Графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.

Представление о графической интерпретации произвольного уравнения с двумя переменными: линии на плоскости.

Понятие системы уравнений. Решение систем уравнений.

Представление о равносильности систем уравнений.

Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными графический метод, метод сложения, метод подстановки. Количество решений системы линейных уравнений. Система линейных уравнений с параметром.

Системы нелинейных уравнений. Методы решения систем нелинейных уравнений. Метод деления, метод замены переменных. Однородные системы.

Неравенства

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Доказательство неравенств. Неравенства о средних для двух чисел.

Понятие о решении неравенства. Множество решений неравенства.

Представление о равносильности неравенств.

Линейное неравенство и множества его решений. Решение линейных неравенств. Линейное неравенство с параметром.

Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства.

Квадратное неравенство с параметром и его решение.

Простейшие иррациональные неравенства вида: $\sqrt{f(x)} > a$; $\sqrt{f(x)} < a$; $\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}$; $\sqrt{f(x)} > a$.

Обобщённый метод интервалов для решения неравенств.

Системы неравенств

Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, квадратных, дробно-рациональных, иррациональных. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.

Неравенство с двумя переменными. Представление о решении линейного неравенства с двумя переменными. Графическая интерпретация неравенства с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

Функции

Понятие зависимости

Прямоугольная система координат. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». График зависимости.

Функция

Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, чётность/нечётность, возрастание и убывание, промежутки монотонности, наибольшее и наименьшее значение, периодичность. Исследование функции по её графику.

Линейная функция

Свойства, график. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её коэффициентов.

Квадратичная функция

Свойства. Парабола. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции в зависимости от её коэффициентов. Использование свойств квадратичной функции для решения задач.

Обратная пропорциональность

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ $y = \frac{k}{x}$. Гипербола. Представление об асимптотах.

Степенная функция с показателем 3

Свойства. Кубическая парабола.

Функции $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$. Их свойства и графики. Степенная функция с показателем степени больше 3.

Преобразование графиков функций: параллельный перенос, симметрия, растяжение/сжатие, отражение.

Представление о взаимно обратных функциях.

Непрерывность функции и точки разрыва функций. Кусочно заданные функции.

Последовательности и прогрессии

Числовая последовательность. Примеры. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. Суммирование первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сходящаяся геометрическая прогрессия. Сумма сходящейся геометрической прогрессии. Гармонический ряд. Расходимость гармонического ряда.

Метод математической индукции, его применение для вывода формул, доказательства равенств и неравенств, решения задач на делимость.

Решение текстовых задач

Задачи на все арифметические действия

Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

Решение задач на движение, работу, покупки

Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части

Решение задач на проценты, доли, применение пропорций при решении задач.

Логические задачи

Решение логических задач. Решение логических задач с помощью графов, таблиц.

Основные методы решения задач

Арифметический, алгебраический, перебор вариантов. Первичные представления о других методах решения задач (геометрические и графические методы).

Статистика и теория вероятностей

Статистика

Табличное и графическое представление данных, столбчатые и круговые диаграммы, извлечение нужной информации. Диаграммы рассеивания. Описательные статистические показатели: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения числового набора. Отклонение. Случайные выбросы. Меры рассеивания: размах, дисперсия и стандартное отклонение. Свойства среднего арифметического и дисперсии. Случайная изменчивость. Изменчивость при измерениях. Решающие правила. Закономерности в изменчивых величинах.

Случайные опыты и случайные события

Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события (исходы). Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и благоприятствующие элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыт с равновероятными элементарными событиями. Классические вероятностные опыты с использованием монет, кубиков. Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей. Случайный выбор. Независимые события. Последовательные независимые испытания. Представление эксперимента в виде дерева, умножение вероятностей. Испытания до первого успеха. Условная вероятность. Формула полной вероятности.

Элементы комбинаторики и испытания Бернулли

Правило умножения, перестановки, факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля и бином Ньютона. Опыт с большим числом равновероятных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением элементов комбинаторики. Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

Геометрическая вероятность

Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, отрезка и дуги окружности. Случайный выбор числа из числового отрезка.

Случайные величины

Дискретная случайная величина и распределение вероятностей. Равномерное дискретное распределение. Геометрическое распределение вероятностей. Распределение Бернулли. Биномиальное распределение. Независимые случайные величины. Сложение, умножение случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины; свойства дисперсии. Дисперсия числа успехов в серии испытаний Бернулли. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей и точность измерения. Применение закона больших чисел в социологии, страховании, в здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.

Геометрия

Геометрические фигуры

Фигуры в геометрии и в окружающем мире

Геометрическая фигура. Внутренняя, внешняя области фигуры, граница. Линии и области на плоскости. Выпуклая и невыпуклая фигуры. Плоская и неплоская фигуры.

Выделение свойств объектов. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура». Точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и её свойства, виды углов, многоугольники, окружность и круг.

Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур.

Многоугольники

Многоугольник, его элементы и его свойства. Правильные многоугольники. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника.

Треугольник. Сумма углов треугольника. Равнобедренный треугольник, свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Медианы, биссектрисы, высоты треугольников. Замечательные точки в треугольнике. Неравенство треугольника.

Четырёхугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата. Теорема Вариньона.

Окружность, круг

Их элементы и свойства. Хорды и секущие, их свойства. Касательные и их свойства. Центральные и вписанные углы. Вписанные и описанные окружности для треугольников. Вписанные и описанные окружности для четырёхугольников. Внеписанные окружности. Радикальная ось.

Фигуры в пространстве (объемные тела)

Многогранник и его элементы. Названия многогранников с разным положением и количеством граней. Первичные представления о пирамидах, параллелепипедах, призмах, сфере, шаре, цилиндре, конусе, их элементах и простейших свойствах.

Отношения

Равенство фигур

Свойства и признаки равенства треугольников. Дополнительные признаки равенства треугольников. Признаки равенства параллелограммов.

Параллельность прямых

Признаки и свойства параллельных прямых. Аксиома параллельности Евклида. Первичные представления о неевклидовых геометриях. Теорема Фалеса.

Перпендикулярные прямые

Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Серединный перпендикуляр к отрезку. Свойства и признаки перпендикулярности прямых. Наклонные, проекции, их свойства.

Подобие

Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных фигур.

Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

Измерения и вычисления

Величины

Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины.

Величина угла. Градусная мера угла. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника.

Понятие о площади плоской фигуры и её свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади.

Представление об объёме пространственной фигуры и его свойствах. Измерение объёма. Единицы измерения объёмов.

Измерения и вычисления

Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей, вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Площади. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, трапеции, формула Герона, формула площади выпуклого четырёхугольника, формулы длины окружности и площади круга. Площадь кругового сектора, кругового сегмента. Площадь правильного многоугольника.

Теорема Пифагора. Пифагоровы тройки. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Тригонометрические функции тупого угла.

Теорема косинусов. Теорема синусов.

Решение треугольников. Вычисление углов. Вычисление высоты, медианы и биссектрисы треугольника. Ортотреугольник. Теорема Птолемея. Теорема Менелая. Теорема Чевы.

Расстояния

Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между фигурами.

Равновеликие и равносторонние фигуры.

Свойства (аксиомы) длины отрезка, величины угла, площади и объёма фигуры.

Геометрические построения

Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур.

Инструменты для построений. Циркуль, линейка.

Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному.

Построение треугольников по трём сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам, по другим элементам.

Деление отрезка в данном отношении.

Основные методы решения задач на построение (метод геометрических мест точек, метод параллельного переноса, метод симметрии, метод подобия).

Этапы решения задач на построение.

Геометрические преобразования

Преобразования

Представление о межпредметном понятии «преобразование». Преобразования в математике (в арифметике, алгебре, геометрические преобразования).

Движения

Осевая и центральная симметрии, поворот и параллельный перенос. Комбинации движений на плоскости и их свойства.

Подобие как преобразование

Гомотетия. Геометрические преобразования как средство доказательства утверждений и решения задач.

Векторы и координаты на плоскости

Векторы

Понятие вектора, действия над векторами, коллинеарные векторы, векторный базис, разложение вектора по базисным векторам. Единственность разложения векторов по базису, скалярное произведение и его свойства, использование векторов в физике.

Координаты

Основные понятия, координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур.

Применение векторов и координат для решения геометрических задач.

Аффинная система координат. Радиус-векторы точек. Центроид системы точек.

История математики

Возникновение математики как науки, этапы её развития. Основные разделы математики. Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки.

Бесконечность множества простых чисел. Числа и длины отрезков. Рациональные числа. Потребность в иррациональных числах. Школа Пифагора

Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П.Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений степеней, больших четырёх. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н.Х. Абель, Э.Галуа.

Появление метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Появление графиков функций. Р. Декарт, П. Ферма. Примеры различных координат.

Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске. Сходимость геометрической прогрессии.

Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма, Б.Паскаль, Я. Бернулли, А.Н.Колмогоров.

От земледелия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес, Архимед. Платон и Аристотель. Построение правильных многоугольников. Трисекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа π . Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л. Эйлер, Н.И.Лобачевский. История пятого постулата.

Геометрия и искусство. Геометрические закономерности окружающего мира.

Астрономия и геометрия. Что и как узнали Анаксагор, Эратосфен и Аристарх о размерах Луны, Земли и Солнца. Расстояния от Земли до Луны и Солнца. Измерение расстояния от Земли до Марса.

Роль российских учёных в развитии математики: Л.Эйлер. Н.И.Лобачевский, П.Л.Чебышев, С. Ковалевская, А.Н.Колмогоров.

Математика в развитии России: Петр I, школа математических и навигацких наук, развитие российского флота, А.Н.Крылов. Космическая программа и М.В.Келдыш.